概率论期末

1. (15') 填空:

(1) 对两两独立的事件 A, B, C, 若 $P(A) = P(B) = P(C) = 0.6$, $P(ABC) = 0.2$, 则 $P(A \cup B \cup C)$ = (　　　　);

(2) 设 X 服从 λ 的 Poisson 分布且 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda =$ (　　　　);

(3) 若随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi} & x^2 + y^2 \le 1 \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases}$, 则 X 的边缘分布密度为 (　　　　);

(4) 设随机变量 $X \sim N(\mu, 4^2)$, $Y \sim N(\mu, 5^2)$, 记 $P_1 = P\{X \le \mu - 4\}$, $P_2 = P\{Y \ge \mu + 5\}$, 则 (　　　　)

(A) $\forall \mu \in \mathbb{R}, P_1 < P_2$;　(B) $\forall \mu, P_1 = P_2$;　(C) $\forall \mu, P_1 > P_2$;　(D) 只对若干 μ 成立 $P_1 = P_2$.

(5) 随机变量 X, Y 的概率分布如下, 若 $P\{XY = 0\} = 1$, 则 X 与 Y (是/否) 独立, (是/否) 相关.

X	-1	0	1
P	0.25	0.5	0.25

Y	0	1
P	0.5	0.5

2. (20') 设有三个地区的报名表, 总人数/女生数分别为 10/3, 15/7, 25/5, 随机取一个报名表并其中先后抽取两份,

(1) 求第一份是女生的概率;　(2) 若后一份是男生, 求第一份是女生的概率.

3. (15') 设二维随机变量 (X, Y) 在矩形 $D = (0,1) \times (0,1)$ 上均匀分布, 求边长为 X 和 Y 的矩形面积 S 的概率密度 $f(s)$.

4. (20') 若百分制成绩 X 近似服从正态分布, 平均成绩 $\mu = 72$, 96 分以上占 2.3%, 求 60-84 分内的概率. 分布表如下:

x	0	1	1.5	2	2.5	3
$\Phi(x)$	0.5	0.841	0.933	0.977	0.994	0.999

5. (20') 某班有 n 名学生, 每人带一份礼物互赠, 礼物集中放在一起并编号. 每人随机拿到一个号码, 求该号码与自己带来的礼物号码相等的人数 X 的期望和方差.

6. (10') 叙述二项分布的 Poisson 逼近定理并用特征函数法证明.