

# 数理统计期末

1. (15') 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, 0.5)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是  $X$  的一个样本, 如果要 99.7% 保证  $|\bar{X} - \mu| < 0.1$ , 则  $n$  应取多大?

2. (15') 设  $X$  服从自由度  $(m, n)$  的  $F$  分布, 则

(1) 证明  $\frac{1}{X}$  服从自由度  $(n, m)$  的  $F$  分布;

(2) 若  $m = n$ ,  $P(X > \alpha) = 0.1$ , 求  $P\left(X > \frac{1}{\alpha}\right)$ .

3. (15') 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是 Pareto 分布

$$p(x; \theta) = \theta a^\theta x^{-(\theta+1)}, \quad x > a, \theta > 0$$

的样本,  $a > 0$  已知, 试给出一个充分统计量.

4. (15') 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是正态总体  $N(\mu, 1)$  的一个样本,  $H_0: \mu = 1; H_1: \mu = 0$ , 第一类错误  $\alpha = 0.05$ , 构造检验法使得第二类错误  $\beta \leq 0.01$ , 则  $n$  至少取多大?

注: 给的表是标准正态分布函数,  $U$  检验.

5. (15') 某地区第一年到第六年的用电量  $y$  与年次  $x$  的统计数据:

$$\sum_{i=1}^6 x_i = ?, \quad \sum_{i=1}^6 y_i = ?, \quad \sum_{i=1}^6 x_i^2 = ?, \quad \sum_{i=1}^6 y_i^2 = ?, \quad \sum_{i=1}^6 x_i y_i = ?.$$

(1) 求  $y$  对  $x$  的线性回归方程;

(2) 在  $\alpha = 0.05$  下, 对模型作显著性检验.

6. (15') 设总体  $X \sim U(0, \theta)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是总体  $X$  的一个简单随机样本,  $X_{(n)}$  是参数  $\theta$  的极大似然估计, 令  $\hat{\theta}(c) = cX_{(n)}$ , 其中  $c$  为常数,

(1) 求  $\hat{\theta}(c)$  的均方误差;

(2) 求常数  $c$  使得  $\hat{\theta}(c)$  的均方误差达到最小.

7. (10') 设  $X_1, \dots, X_n$  是取自  $X$  的样本,  $X$  具有密度函数

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x > \theta \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

证明: 可取  $X_{(1)} - \theta$  作为  $\theta$  区间估计的枢轴量, 并求  $\theta$  的置信水平为  $1 - \alpha$  的置信下限.