

10:12:37

1. (15分) 设 a, b 为实数, 函数 $f(z) = ay + i(bx^2 + y^2)$ 在复平面上解析, 试求 a, b 的值及 $f'(z)$.

2. (15分) 设函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 在区域 D 内解析, 且有 $u(x, y)^2 = v(x, y)$. 试证 $f(z)$ 在 D 上恒为常数.

3. (15分) 设 $f(z) = \int_{1+i}^z \frac{3\zeta^3 + 7\zeta^2}{(\zeta - z)^2} d\zeta$, 求 $f'(1+i)$.

4. (20分) 设区域 D 的边界是周线 C , 函数 $f(z)$ 在 D 内解析, 在 $\bar{D} = D + C$ 上连续. 利用柯西积分公式证明

$$f'(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{(z - z_0)^2} dz, \text{ 其中 } z_0 \in D.$$

5. (20分) 设函数 $f(z)$ 在单连通区域 D 内连续, 且关于 D 内任一简单闭曲线 C 有 $\int_C f(z) dz = 0$, 求证函数 $f(z)$ 在区域 D 内解析.

6. (15分) 设 $z = x + iy$ 是函数 $w = f(z)$ 的定义域 E 中的内点, 求证函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 在 z 点完全可微当且仅当

行为准则
遵纪守法
诚实守信
爱岗敬业
团结协作
艰苦奋斗
勇于创新
廉洁自律

