

## 常微分方程期中

1(4) 分析初值问题  $y' = (x^2 - y)(y + 1)$ ,  $y(0) = 1$  右行解最大存在区间.

2(2) 求微分方程  $y' + y = \sin(x)$  在  $x \in (-\infty, \infty)$  上的有界解.

3(4) (1) 求解微分方程  $xy' + y + xy^2 = 0$ ; (2) 求解微分方程  $y - xp + \frac{1}{4}p^2 = 0$ , 其中  $p = \frac{dy}{dx}$ .

二 (本部分为非必做附加题, 总成绩低于 6 分时可以计入, 最多加到总分 6 分)

A1(2) 叙述皮卡 (Picard) 定理.

A2(2) 已知方程  $x dx + y dy = 0$  在  $\mathbb{R}^2$  上有一条积分曲线是单位圆  $\{x^2 + y^2 = 1\}$ . 它完全落在  $\mathbb{R}^2$  内部, 不延伸到区域边界. 判断这是否与解的延伸定理矛盾, 并解释理由.

A3(2) 写出方程  $F(x, y, p) = 0$  的奇解满足的  $p$ -判别式.